



**Proves d'accés a cicles formatius de grau superior de formació professional inicial,
d'ensenyaments d'arts plàstiques i disseny, i d'ensenyaments esportius 2019**

Matemàtiques

Sèrie 1

**SOLUCIONS,
CRITERIS DE CORRECCIÓ
I PUNTUACIÓ**

INSTRUCCIONS

- Trieu i resoleu CINC dels set exercicis que es proposen.
- Indiqueu clarament quins heu triat. Si no ho feu així, s'entendrà que heu escollit els cinc primers.
- Cada exercici val 2 punts.

MATERIAL NECESSARI

- Material d'ús habitual: bolígraf, llapis i goma, regle, etcètera.
- Compàs i semicercle graduat (transportador).
- Calculadora científica.

Cadascú ha de portar el seu propi material. En cap cas no es permet la cessió de calculadores ni d'altres materials entre els aspirants.

1. Digueu quines de les igualtats següents són vertaderes i quines són falses. En les igualtats que siguin falses, digueu quin és el resultat correcte.

[2 punts: 0,5 punts per cada apartat]

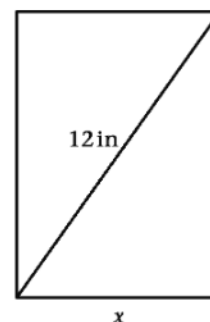
- a) $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ Falsa: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
b) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{7} = \sqrt{35}$ Vertadera
c) $(x-2)(x+2) = x^2 - 4$ Vertadera
d) $\sqrt{9+16} = \sqrt{9} + \sqrt{16} = 7$ Falsa: $\sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$

2. En el disseny d'una pantalla rectangular, es vol que l'altura faci el doble que la base i que la diagonal tingui una longitud de 12 polzades. Quines seran les mesures (base i altura) d'aquesta pantalla? Doneu el resultat exacte i amb una aproximació per arrodoniment fins a les centèsimes.

[2 punts]

$$x^2 + (2x)^2 = 12^2 \quad x^2 + 4x^2 = 144 \quad 5x^2 = 144$$

$$\text{Base} = \sqrt{\frac{144}{5}} = \frac{12}{\sqrt{5}} = \frac{12\sqrt{5}}{5} = 5,37 \text{ in} \quad \text{Altura} = \frac{24}{\sqrt{5}} = \frac{24\sqrt{5}}{5} = 10,73 \text{ in} \quad 2x$$



Adjudiqueu 0,75 punts pel plantejament de l'equació, 1 punt per la resolució i 0,25 punts per l'arrodoniment.

3. Fent ús dels productes notables, simplifiqueu tant com pugueu el polinomi següent. Determineu quin és el grau i el terme independent del polinomi, i trobeu-ne una arrel entera.

[2 punts]

$$P(x) = (x-2)^2 - 2x(x^2-4) + (3x-6)(3x+6)$$

$$P(x) = x^2 - 4x + 4 - 2x^3 + 8x + 9x^2 - 36 = -2x^3 + 10x^2 + 4x - 32$$

Grau = 3 Terme independent = -32

2	-2	10	4	-32
2	-4	12	32	
	-2	6	16	0

$x = 2$

Adjudiqueu 1 punt per la simplificació del polinomi, 0,5 punts per l'assignació del grau i el terme independent i 0,5 punts per l'arrel entera.

4. Trobeu les solucions de les equacions següents i comproveu-ne els resultats.

[2 punts: 1 punt per cada equació]

a) $\frac{10}{x-3} = x$

$$10 = x(x-3) \quad 10 = x^2 - 3x \quad 0 = x^2 - 3x - 10 \quad \begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = -2 \end{cases}$$

$$\frac{10}{5-3} = \frac{10}{2} = 5 \text{ Correcte}$$

$$\frac{10}{-2-3} = \frac{10}{-5} = -2 \text{ Correcte}$$

$$b) \quad 5^x \cdot 5^{x+6} = 25$$

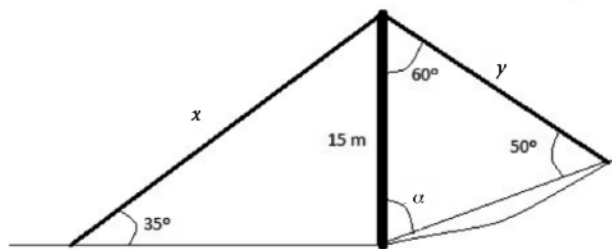
$$5^{x+x+6} = 5^2 \quad x+x+6=2 \quad 2x=-4 \quad x=-2$$

$$5^{-2} \times 5^{-2+6} = 5^{-2+4} = 5^2 = 25 \text{ Correcte}$$

Adjudiqueu 0,75 punts per la resolució i 0,25 punts per la comprovació.

5. Volem subjectar una torre de 15 m d'alçària amb dos cables (x i y), tal com mostra la figura. Calculeu quants metres de cable seran necessaris. Doneu els resultats arrodonits fins a les centèsimes.

[2 punts]



$$\frac{15}{x} = \sin 35^\circ \quad x = \frac{15}{\sin 35^\circ} = 26,15 \text{ m}$$

$$\alpha = 180 - 60 - 50 = 70^\circ \quad \frac{y}{\sin 70^\circ} = \frac{15}{\sin 50^\circ} \quad y = \frac{15 \sin 70^\circ}{\sin 50^\circ} = 18,4 \text{ m}$$

$$\text{Total} = 26,15 + 18,4 = 44,55 \text{ m}$$

Adjudiqueu 0,75 punts pel càlcul de x , 1 punt pel càlcul de y i 0,25 punts per l'arrodoniment.

6. Considereu la funció $f(x) = x^3 - 9x$.

[2 punts en total]

- a) Determineu els punts de tall amb els eixos de la gràfica de la funció.

[0,5 punts]

$$\text{Eix de les } x: x^3 - 9x = 0 \quad x(x^2 - 9) = 0 \quad \begin{cases} x = 0 \quad (0,0) \\ x^2 - 9 = 0 \quad x = \pm 3 \quad (-3,0) \text{ i } (3,0) \end{cases}$$

$$\text{Eix de les } y: x = 0 \quad f(0) = 0 \quad (0,0)$$

- b) Trobeu els límits $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ i $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

[0,25 punts]

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - 9x) = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 - 9x) = -\infty$$

- c) Calculeu $f'(x)$ i $f''(x)$ i trobeu els màxims i mínims relatius de la funció.

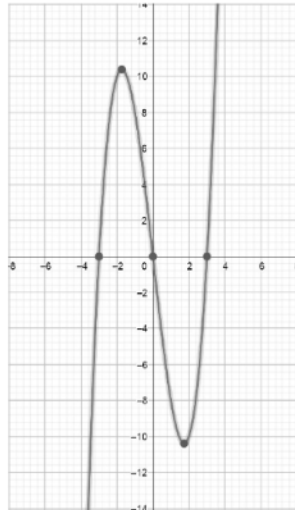
[0,75 punts]

$$f'(x) = 3x^2 - 9 = 0 \quad x^2 = 3 \quad x = \pm\sqrt{3}$$

$$f''(x) = 6x \quad f''(\sqrt{3}) = 6\sqrt{3} > 0 \quad (\sqrt{3}, -6\sqrt{3}) = (1,7, -10,4) \text{ Mínim}$$

$$f''(-\sqrt{3}) = -6\sqrt{3} < 0 \quad (-\sqrt{3}, 6\sqrt{3}) = (-1,7, 10,4) \text{ Màxim}$$

- d) Amb les dades calculades en els apartats anteriors dibuixeu la gràfica de la funció.
[0,5 punts]



7. Un productor de taronges ha rebut la comanda d'una cadena de supermercats amb la condició que el pes de les peces de fruita no tingui una desviació (típica o estàndard) de més d'un 8 % de la mitjana aritmètica dels pesos. Per a la comprovació d'aquesta condició s'ha pres una mostra de 20 taronges amb els pesos, mesurats en grams, següents: 128, 132, 124, 125, 127, 134, 126, 120, 121, 124, 122, 128, 123, 126, 131, 139, 136, 116, 117, 125.

[2 punts: 1 punt per cada apartat]

- a) Empleneu la primera columna de la taula següent agrupant les dades dels pesos en cinc intervals, començant amb el pes 115 i amb una amplitud de 5 g. A continuació, escriviu la marca de la classe, la freqüència absoluta, la freqüència relativa i el tant per cent de cada interval.

Interval	Marca de la classe	Freqüència absoluta	Freqüència relativa	Tant per cent
[115, 120)	117,5	2	0,1	10
[120, 125)	122,5	6	0,3	30
[125, 130)	127,5	7	0,35	35
[130, 135)	132,5	3	0,15	15
[135, 140]	137,5	2	0,1	10

- b) Calculeu la mitjana aritmètica i la desviació típica o estàndard i comproveu que es compleix la condició de la cadena de supermercats, és a dir, que la desviació típica és menor que el 8 % de la mitjana aritmètica.

$$\bar{x} = \frac{2 \times 117,5 + 6 \times 122,5 + 7 \times 127,5 + 3 \times 132,5 + 2 \times 137,5}{20} = \frac{2535}{20} = 126,75 \quad \sigma = 5,54$$

O bé, si fan els càlculs amb les dades sense agrupar:

$$\bar{x} = \frac{128 + 132 + \dots + 125}{20} = \frac{2524}{20} = 126,2 \quad \sigma = 5,83$$

8 % de $\bar{x} \approx 10,1$ En ambdós casos, $\sigma < 8\%$ de $\bar{x}$.



Institut
d'Estudis
Catalans